

黎曼假设的研究现状

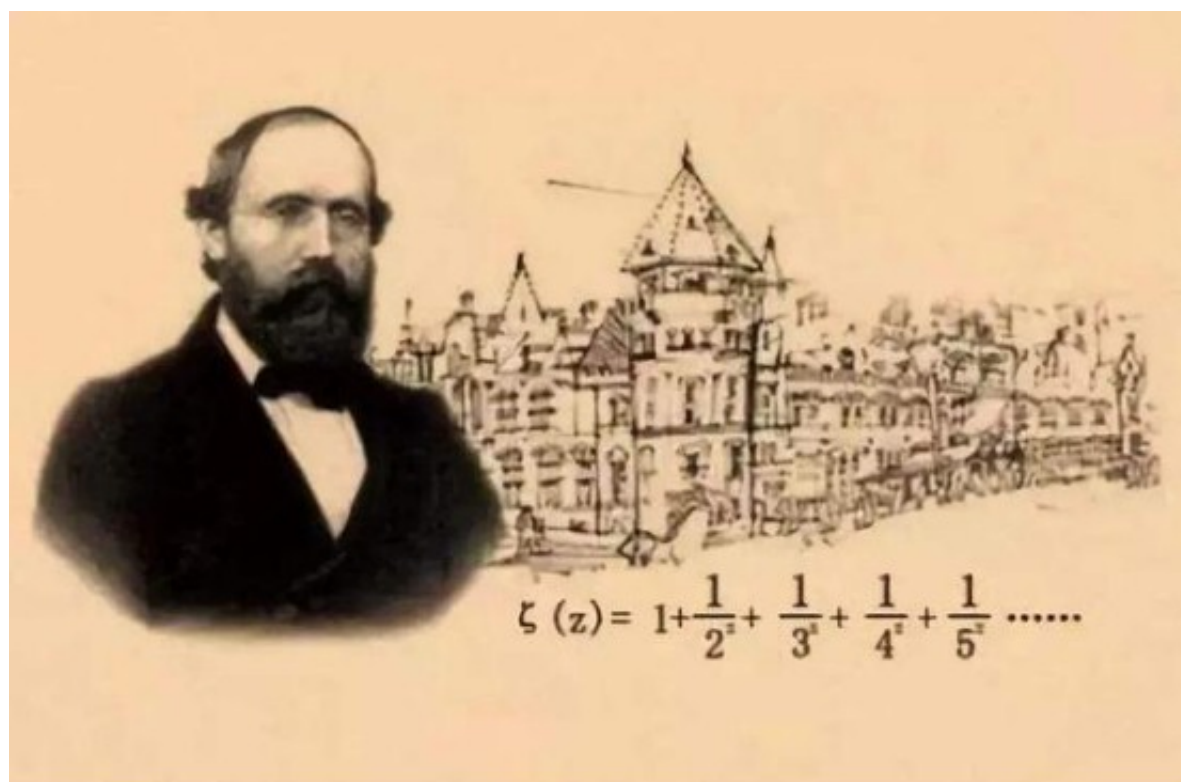
作者：徐斌 来源：爱科学

本文原地址：<https://www.iikx.com/news/topnews/20532.html>

本文仅供学习交流之用，版权归原作者所有，请勿用于商业用途！

黎曼假设的研究现状。

近日，网传美籍华人数学家张益唐在一场活动上透露，自己已解决朗道-西格尔零点问题，论文预印本即将上线并投稿;朗道-西格尔零点问题是破解黎曼假设(Riemann hypothesis)的关键。这一消息震动了数学界，并获得了知情人士的证实：“他是一个严肃的数学家，大家都会选择相信他的话。”让我们拭目以待!



德国数学家、物理学家约翰·高斯(Johann Gauss)和法国数学家、物理学家阿德里安-马里·勒让德(Adrien-Marie Legendre)在1800年提出了一个重要的猜想;该猜想在后来的近60年间毫无进展，直至1859年，由高斯的学生、德国数学家、物理学家波恩哈德·黎曼(Bernhard Riemann)提出的黎曼假设才初见曙光。高斯-勒让德猜想于1896年被证明，称为素数定理；但黎曼假设仍然悬而未解!

黎曼假设是当今数学界最重要的猜想之一，也是当今科学界最重要的工具之一。黎曼在1859年提交的关于素数分布的经典文章《论小于某给定值的素数的个数》给出了 ζ 函数的积分表示与它满足的函数方程，并指出素数的分布与黎曼 ζ 函数之间存在深刻联系。这一关联的核心就是 $J(z)$ 的积分表达式，这也是该文一大成果。不少数学先驱者都在黎曼假设上努力探索，前赴后继，让该猜想的研究获得了进展。

黎曼假设是德国数学大师大卫·希尔伯特(David Hilbert)在1900年举行的第二届国际数学家大会上提出的二十三个问题的第八个问题;美国克雷数学研究所(CMI)在2000年把它列为千禧年七大难题之一。

黎曼假设

要求解决的是黎曼

ζ 函数 $\zeta(s)$ 的非平凡零点都位于复

平面 $\text{Re}(s)=1/2$ 直线上

。数学家们把这条直线称为临界线。运用这

一术语，黎曼假设可以表述为：黎曼 $\zeta(s)$ 函数的所有非平凡零点都位于临界线上。

现代科学之父伽利略·伽利雷(Galileo Galilei)说过：数学是上帝用来书写宇宙的语言。高斯也说过：数学是科学的皇后。众所周知，电子绕着原子核运动，也有加速度，还会向周围空间辐射电磁波。科学家发现：电子的分布就像素数在黎曼 $\zeta(s)$ 函数非平凡零点上的分布一样，是决定原子性质的关键。另外，科学家还发现了一个事实：原子核外轨道能级的分布不是没有规律的，反而和黎曼假设有着很大的契合度。换言之，破解了黎曼假设，我们对世间万物的认识将进入新的层次。

由于黎曼假设的知名度和重要性都很高，近年有不少数学家声称已证明这一猜想。例如，尼日利亚数学家奥佩耶米·伊诺克(Opeyemi

Enoch)在2015年公开宣称已成功证明了黎曼假设;又如，英国数学家迈克尔·阿蒂亚(Michael Atiyah)在2018年声称已成功证明了这一猜想;再如，中国数学家李忠同时也声称已成功证明了它。但是，数学界对此事的反应却相当冷淡;主要原因是黎曼假设已有160多年的历史，其破解实在太难了。

作为黎曼假设的一种特殊并且可能比其弱得多的形式，朗道-西格尔零点问题对于推动黎曼假设的破解有极大的意义，与张益唐此前的孪生素数猜想探究具有同样的重要性。用他的同事、数学家杰弗里·斯托普尔(Jeffrey Stopple)的话来说，张能对朗道-西格尔零点问题作出证明，那么加上他的上一份成就，“在某种意义上，(其概率)就像是同一个人被闪电劈中两次。”张益唐认为，如果黎曼假设得以证实，数学领域中将有上百个问题迎刃而解。

最后一提，黎曼假设是与素数有关的最著名猜想，但还有一些关于特殊素数(如梅森素数、费马素数、回文素数等)的重要猜想也值得人们去探究和解决。由中国数学家、语言学家周海中提出的关于梅森素数分布的猜想(即“周氏猜测”)就是其中之一，它是唯一以精确表达式说明梅森素数分布的命题。美籍挪威数学家、菲尔茨奖和沃尔夫奖得主阿特勒·塞尔伯格(Atle Selberg)认为，周氏猜测具有创新性，开创了富于启发性的新方法;其创新性还表现在揭示新的规律上。

文/徐斌(作者单位：西北大学数学学院)

更多 科研头条 请访问 <https://www.iikx.com/news/topnews/>

本文版权归原作者所有，请勿用于商业用途，[爱科学iikx.com](https://www.iikx.com)转发