什么是梅森素数？我们为什么要寻找它们？

作者：张春蕾 来源：爱科学

本文原地址：https://www.iikx.com/news/topnews/21666.html

本文仅供学习交流之用，版权归原作者所有，请勿用于商业用途！



什么是梅森素数?我们为什么要寻找它们? 素数又叫质数，是在大于1的自然数中只能被1和其自身整除的数，如2、3、5、7、11等等。数学中，每个自然数都可以唯一地分解成有限个素数的乘积，素数因此构成了自然数体系的基石。2300多年前，古希腊数学家欧几里得在《几何原本》一书中用反证法给出了素数有无穷多个，并提出一些素数可写成“ 2^P-1 ”(即2的P次方减1，其中指数P也是素数)的形式，如2^2-1(=3)、2^3-1(=7)、2^5-1(=31)、2^7-1(=127)、2^13-1(=8191)等。

由于2^P-1型的素数具有独特数学性质，千百年来许多著名数学家以及无数数学爱好者对它情有独钟。17 世纪法国数学家马林·梅森是他们中最杰出的探究者。由于他学识渊博、才华横溢、为人热情以及最早系统而深入地研究2^P-1型素数，为了纪念他，数学界将这种特殊形式的素数命名为“ 梅森素数 ”。迄今为止，人类仅发现51个梅森素数;这种素数珍奇而迷人，因而被人们誉为“ 数学宝库中的钻石 ”(见题图)。

梅森素数貌似简单，但当指数P值较大时，其素性检验的难度就会很大;另外，它的探究需要高深的理论和纯熟的技巧，以及艰巨的计算。例如：1772年，瑞士数学家、物理学家莱昂哈德·欧拉在双目失明的情况下，靠心算证明了2^31-1(即2的31次方减1)是个素数;该数有10位(2147483647)，堪称当时世界上已知的最大素数。在“手算笔录年代”，人们历尽艰辛，一共才找到12个梅森素数。

电子计算机的诞生使得梅森素数的探究如虎添翼，各国数学家和数学爱好者们纷纷投身到寻找梅森素数的队伍中。1952年，美国数学家拉斐尔·鲁滨逊将探究梅森素数的方法编译成计算机程序，利用大型计算机，几小时内就找到了两个100位以上的梅森素数：2^521-1和2^607-1。随后的几个月，他又接连找到了2^1279-1、2^2203-1和2^2281-1。



1963年，当第23个梅森素数2^11213-1通过超级计算机被找到时，美国广播公司(ABC)中断了正在播放的节目，第一时间发布了这一重要消息;而发现这个素数的美国伊利诺伊大学数学系全体师生感到无比骄傲，为了让全世界都分享这一重大成果，甚至把所有从系里发出的信封都盖上了“2^11213-1是个素数”的邮戳(见上图)。互联网的出现，大大加快了探究梅森素数的步伐。1996年初，美国数学家、程序设计师乔治·沃特曼编制了一个梅森素数计算程序，并把它放在网站上供人们免费使用。这一计算程序就是举世闻名的“互联网梅森素数大搜索”(英文Great Internet Mersenne Prime Search，简称GIMPS)项目，也是全球第一个基于互联网的网格计算项目。

现在只要人们去GIMPS的主页下载一个名为“Prime95”免费程序，就可以立即参加GIMPS项目来搜寻梅森素数了。目前，世界上有200多个国家和地区近25万在线网民参与GIMPS项目，并动用了超过252万核的中央处理器(CPU)联网来寻找新的梅森素数。可见，梅森素数的探究非常火爆——这在数学史上前所未有，在科学史上也极为罕见。

为了激励人们探究梅森素数和促进网格技术发展，总部建在美国的电子新领域基金会(EFF)在1999年设立了专项奖金悬赏参与GIMPS项目的梅森素数发现者。它规定向第一个找到超过100万位数的个人或机构颁发5万美元。后面的奖金依次为：找到超过1000万位数的颁发10万美元;找到超过1亿位数的颁发15万美元;找到超过10亿位数的颁发25万美元。

美国加州大学洛杉矶分校的计算机专家、数学爱好者埃德森·史密斯利用GIMPS项目，于2008年8月首先找到了超过1000万位的梅森素数——2^43112609-1，该素数有12978189位。它是第46个梅森素数，也是当时已知的最大素数。史密斯的这一成就被美国著名的《时代》杂志评为“2008年度50项最佳发明”之一;他获得了EFF颁发的10万美元大奖及金牌一枚，并受到了校方的表彰。

美国数学爱好者乔纳森·佩斯利用GIMPS项目，于2017年12月下旬找到第50个梅森素数——2^77232917-1;这个素数是当年已知的最大素数，它有23249425位。2018年1月中旬由日本虹色社发行了

一本“爆款”书——《2017年最大的素数》(见下图)，整本书只印了一个数字，即2^77232917-1;这本奇特的书在发行两周后迅速攀上日本亚马逊数学类“畅销书第1位”，由于卖到断货，出版社只好紧急加印。



前不久，来自美国佛罗里达州的互联网专家、数学爱好者帕特里克·拉罗什利用GIMPS项目，成功发现了第51个梅森素数;它是目前世界上已知的最大素数——2^82589933-1，该数有24862048位。如果用普通字号(指word文档默认的字体字号)把这一巨数打印下来，它的长度将超过100公里!

特别值得一提的是，在梅森素数的素性判断方面，法国数学家爱德华·鲁卡斯和美国数学家德里克·雷默都做出了重要贡献;以他们命名的“鲁卡斯-雷默方法”是目前已知的检测梅森素数素性的最佳方法。在梅森素数分布研究方面，中国数学家、语言学家周海中在1992年给出了梅森素数分布的精确表达式;这一重大研究成果被国际上命名为“周氏猜测”。

梅森素数在当代具有十分丰富的理论意义和实用价值。梅森素数的探究是发现已知最大素数的最有效途径，还推动了数学皇后——数论的研究，促进了计算技术、密码技术、程序设计技术的发展以及快速傅立叶变换的应用。梅森素数的探究的最新意义是：它促进了分布式计算的发展;另外，梅森素数的探究方法还可以测试计算机硬件运算是否正确。

由于梅森素数的探究在当代需要多种学科和技术的支持，不少科学家都认为：梅森素数的探究成果，在一定程度上反映了一个国家的科技水平。英国数学家马科斯·索托伊甚至认为：梅森素数的探究可以挑战人类科技与智慧极限，其成果是一个国家科技创新能力的重要标志之一。梅森素数目前仍有一些未解之谜，相信不久的将来会被破解;正如德国数学家戴维·希尔伯特所言：“我们必须知道，我们必将知道。”

文/张春蕾(作者为德国马普学会数学研究所博士后)

更多 科研头条 请访问 https://www.iikx.com/news/topnews/

本文版权归原作者所有，请勿用于商业用途，爱科学iikx.com转发