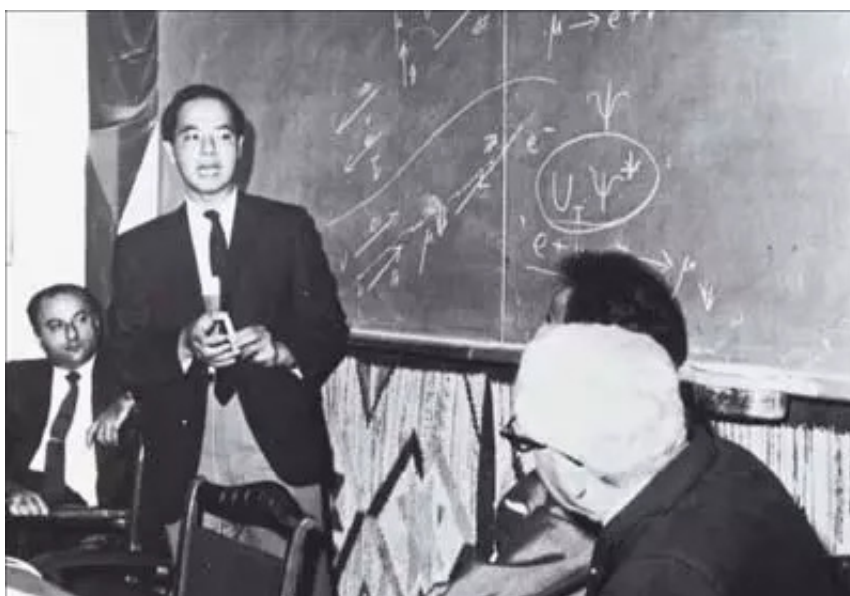

杨振宁经典数学笑话论数学和物理的关系

作者：writer 来源：数学传播杂志

本文原地址：<https://www.iikx.com/news/topnews/7637.html>

本文仅供学习交流之用，版权归原作者所有，请勿用于商业用途！



杨振宁是当代的大物理学家, 又是现代数学发展的重要推动者, 他的两项巨大成就: 杨-密尔斯规范场和杨-巴克斯特方程, 成为80年代以来一系列数学研究的出发点, 其影响遍及微分几何、偏微分方程、低维拓扑、辫结理论、量子群等重大数学学科。笔者曾在「杨振宁与当代数学」的访谈录中有过较为详细的介绍(此文的中文版在台湾「数学传播」1992年4月发表, 内容不全相同的英文版刊于「Mathematical Intelligencer」Vol.15, NO. 4, 1993。它的中译文已被收入杨振宁的新着「读书教学再十年」(台湾时报出版公司, 1995), 这里记录的有关数学与物理学的关系, 来自笔者在1995年末在纽约州立大学(石溪)访问杨振宁先生时的一些谈话材料, 因为不是系统的谈话, 故称「漫谈」。



一. 有关数学的两则「笑话」

1980年代初, 杨振宁曾在韩国汉城作物理学演讲时说「有那么两种数学书:

第一种你看了第一页就不想看了,

第二种是你看了第一句话就不想看了」。当时引得物理学家们轰堂大笑。此话事出有因。1969年

, 杨振宁察觉物理上的规范场理论和数学上的纤维丛理论可能有关系,

就把著名拓扑学家Steenrod着的「The Topology of Fibre Bundles(纤维丛的拓扑)」一书拿来读,

结果是一无所获。原因是该书从头至尾都是定义、定理、推论式的纯粹抽象演绎,

生动活泼的实际背景淹没在形式逻辑的海洋之中, 使人摸不着头脑。

上述汉城演讲中那句话本来是即兴所开的玩笑, 不能当真的。岂料不久之后被「Mathematical Intelligencer」捅了出来, 公之与众。在数学界当然会有人表示反对,

认为数学书本来就应该是那样的。不过, 杨振宁先生说「我相信会有许多数学家支持我, 因为数学毕竟要让更多的人来欣赏, 才会产生更大的效果」。

我想, 杨振宁是当代物理学家中特别偏爱数学,

而且大量运用数学的少数物理学者之一。如果连他也对某些数学著作的表达方式啧有烦言, 遑论其它的物理学家? 更不要说生物学家、经济学家、一般的社会科学家和读者了。

另一则笑话, 可在波兰裔美国数学名家S.M.Ulam 的自传「一个数学家的遭遇(Adventures of a mathematician)」中读到。该书294页上写道:「杨振宁, 诺贝尔物理学奖获得者,

讲了一个有关现时数学家和物理家间不同思考方式的故事: 一天晚上,

一帮人来到一个小镇。他们有许多衣服要洗,

于是满街找洗衣房。突然他们见到一扇窗户上有标记:『这里是洗衣房』。一个人高声问道:

『我们可以把衣服留在这儿让你洗吗?』窗内的老板回答说:『不,

我们不洗衣服。』来人又问道:『你们窗户上不是写着是洗衣房吗』。老板又回答说:

『我们是做洗衣房标记的,不洗衣服』。这很有点像数学家。数学家们只做普遍适合的标记,而物理学家却创造了大量的数学。」

杨振宁教授的故事是一则深刻的寓言。数学圈外的人们对数学家们「只做标记,不洗衣服」的做法是不赞成的。数学家Ulam在引了杨振宁的「笑话」之后,问道,信息论是工程师C. Shannon 创立的,而纯粹数学家为什么不早就建立起来?他感叹地说:「现今的数学和19世纪的数学完全不同,甚至百分之九十九的数学家不懂物理。然而有许许多多的物理概念,要求数学的灵感,新的数学公式,新的数学观念。」

二. 理论物理的「猜」和数学的「证」

1995年12月,杨振宁先生接到复旦大学校长杨福家的来信,请杨振宁在1996年5月到复旦为「杨武之讲座」做首次演讲。杨武之教授是杨振宁的父亲,又是中国数学前辈,早年任清华大学数学系系主任多年,五十年代后则在复旦大学任教授,所以杨振宁很愉快地接受了邀请。但是他不能像杨福家校长要求的那样做20次演讲,只准备讲三次。顺着这一话题,杨振宁先生又谈了理论物理和数学的一些关系。

杨先生说:「理论物理的工作是『猜』,而数学讲究的是『证』。理论物理的研究工作是提出『猜想』,设想物质世界是怎样的结构,只要言之成理,不管是否符合现实,都可以发表。一旦『猜想』被实验证实,这一猜想就变成真理。如果被实验所否定,发表的论文便一文不值(当然失败是成功之母,那是另一层意思了)。数学就不同,发表的数学论文只要没有错误,总是有价值的。因为那不是猜出来的,而有逻辑的证明。逻辑证明了的结果,总有一定的客观真理性。」

「正因为如此,数学的结果可以讲很长的时间,它的结果以及得出这些结果的过程都是很重要的。高斯给出代数学基本定理的五种证明,每种证明都值得讲。如果让丘成桐从头来讲卡拉比(Calabi)猜想的证明,他一定会有20讲。但是教我讲『宇称不守恒』是怎么想出来的,我讲不了多少话。因为当时我们的认识就是朝否定宇称守恒的方向想,『猜测』不守恒是对的。根据有一些,但不能肯定。究竟对不对,要靠实验。」

杨先生最后说:「理论物理的工作好多是做无用功,在一个不正确的假定下猜来猜去,文章一大堆,结果全是错的。不像数学,除了个别错的以外,大部分都是对的,可以成立的」。

杨先生的这番话,使我想起不久前Quine 和Jaffe 的一篇文章,发表于Bulletin of AMS,1993年8月号,曾引起相当的轰动。该文的主题是问「猜测数学是否允许存在?」。其中提到,物理学已经有了分工,理论物理做「猜测」,实验物理做「证明」。但是数学没有这种分工。一个数学家,既要提出猜想,又要同时完成证明。除了希尔伯特那样的大人物可以提出23个问题,其猜想可以成为一篇大文章之外,一般数学家至多在文章末尾提点猜想以增加读者的兴趣,而以纯粹的数学猜想为主体的文章是无处发表的。因此,两位作者建议允许「理论数学」,即「猜测数学」的存在。

这样一来,现在有两种相互对立的看法。一方面,物理学界中像杨振宁先生那样,

觉得理论物理的研究太自由,胡乱猜测皆成文章,认为数学还比较好的。另一方面,数学界如Quine和Jaffe那样,觉得目前数学研究要求每个结论都必需证明的要求,太束缚人的思想。应该允许人们大胆地猜测,允许有根据而未经完全确认的数学结论发表出来。二者孰是孰非,看来需要一个平衡。许多问题涉及哲学和社会学层面,就不是三言两语可以解决的了。

三. 复数、四元数的物理意义

虚数 $i = \sqrt{-1}$ 的出现可溯源于15世纪时求解三次方程,但到18世纪的欧拉时代,仍称之为「想象的数」(imaginary)。数学界正式接受它要到19世纪,经Cauchy, Gauss, Riemann, Weierstrass 的努力,以漂亮的复变量函数论赢得历史地位。至于在物理学领域,一直认为能够测量的物理量只是实数,复数是没有现实意义的。尽管在19世纪,电工学中大量使用复数,有复数的动势,复值的电流,但那只是为了计算的方便。没有复数,也能算出来,只不过麻烦一些而已。计算的最后结果也总是实数,并没有承认在现实中有真有「复数」形态的电流。鉴于此,杨振宁先生说,直到本世纪初,情况仍没有多少改变。一个例证是创立量子电动力学的薛定谔(Schrodinger)。1926年初,据考证,他似乎已经得到现在我们熟悉的方程

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi(x, t) \quad (1)$$

其中含有虚数单位 i ,是复函数,但最后总是取实部。薛定谔因其中含虚数而对(1)不满意,力图找出不含复数的基本方程。于是他将上式两面求导后化简,得到了一个没有虚数的复杂的高阶微分方程

$$-\hbar^2 \ddot{\psi} = H\psi \quad (2)$$

1926年的6月6日,薛定谔在给洛兰兹的一封长信中,认为这一不含复数的方程(2)

「可能是一个普遍的波动方程。」这时,薛定谔正在为消除复数而努力。但是,到了同年的6月23日,薛定谔领悟到这是不行的。在论文[5]中,他第一次提出:「是时空的复函数,并满足复时变方程(1)。」并把(1)称谓真正的波动方程。其内在原因是,描写量子行为的波函数,不仅有振幅大小,还有相位,二者相互联系构成整体,所以量子力学方程非用复数不可。另一个例子是H.Weyl在1918年发展的规范理论,被拒绝接受,也是因为没有考虑相因子,只在实数范围内处理问题。后来由Fock和London用加入虚数 i 的量子力学加以修改,Weyl的理论才又重新复活。20

数学传播21卷2期民86年6月牛顿力学中的量全都是实数量,但到量子力学,就必须使用复数量。杨振宁和米尔斯在1954年提出非交换规范场论,正是注意到了这一点,才会把Weyl规范理论中的相因子推广到李群中的元素,完成了一项历史性的变革。1959年,Aharonov和Bohm设计一个实验,表明向量势和数量势一样,在量子力学中都是可以测量的,打破了「可测的物理量必须是实数」的框框。这一实验相当困难,最后由日本的Tanomura及其同事于1982和1986先后完成。这样,物理学中的可测量终于扩展到了复数。

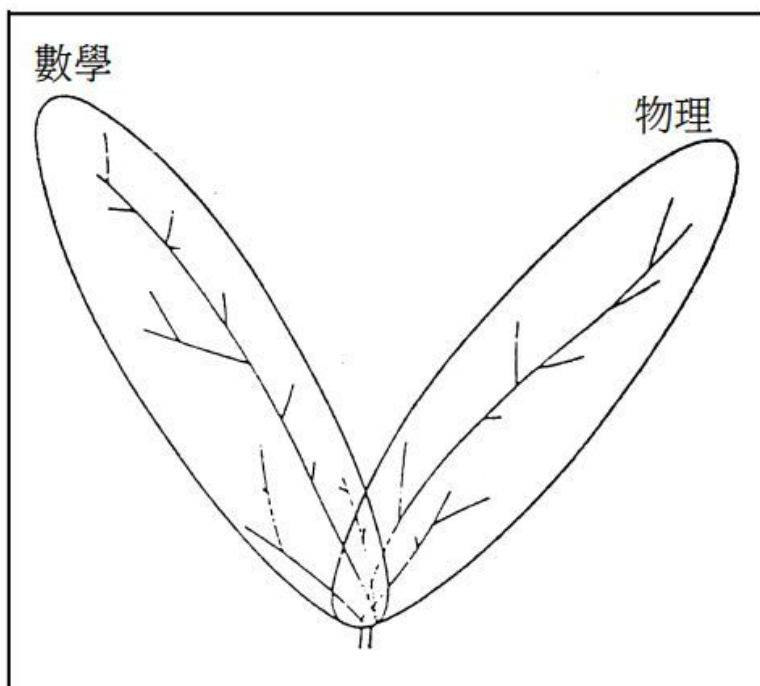
令我惊异的是, 杨振宁教授预言,
下一个目标将是四元数进入物理学。自从1843年爱尔兰物理学家和数学家Hamilton发现四元数之后, 他本人曾花了后半辈子试图把四元数系统,
像复数系统那样地广泛运用于数学和物理学,
开创四元数的世纪。但结果是令人失望的。人们曾评论这是「爱尔兰的悲剧」。时至今日, 一个大学数学系的毕业生可能根本不知道有四元数这回事,
最多也不过是非交换代数的一个例子而已。我还记起, 1986年春,
钱学森在致中国数学会理事长王元的一封信中, 曾建议多学计算器知识,
而把研究「四元数解析」(复变函数论的推广)的工作贬为「像上一个世纪」东西。总之, 我和许多数学工作者一样, 认为四元数发现, 只不过是「抽象的数学产物」,
不会有什么大用处的。

杨振宁向我解释了他的想法: 物理学离不开对称。除了几何对称之外,
还有代数对称。试看四元数 $a+bi+cj+dk$, 其基本单位满足 $i^2=j^2=k^2=-1$, 而 $ij=k, jk=i, ki=j$;
 $ji=-ji, jk=-kj, ki=-ik$ 。像这种对称的性质在物理学中经常可以碰到。问题是这种四元数的
对称还没有真正用于物理现象, 而且物理现象中的一些对称也还没有找到基本的数学源由。最近,
丘成桐等人的文章说:「我在1977年发表的一篇文章—Condition of Self-duality for SU(2) gauge fields
on Euclidean fourdimensionalspace,
曾推动代数几何中稳定丛的解析处理的理论。我还没有问过数学家,
不知道这是怎么一回事。许多工作, 包括运用四元数表示的物理理论,
也许会在这种交流中逐步浮现的」。

杨振宁先生又说, 至于将复变函数论形式地推广到四元数解析理论, 由于四元数乘积的非交换性,
导数无法唯一确定, 所以不会有什么好结果出来。现在也有物理学家写成著作,
用四元数来描写现有的物理定律, 就没有引起什么注意。将来要用四元数表达的物理定律,
一定会是一组非线性微分方程组, 其解的对称性必需用四元数来表示。所以,
杨先生相信:「爱尔兰的悲剧是会变成喜剧的」。

四. 「双叶」比喻

数学和物理学的关系, 应该是十分密切的。在数学系以外的课程中,
物理系开设的数学课最多最深。「物理学公理化, 数学化」,
曾是一个时期许多大学问家追逐的目标。不过,
擅长使用数学于物理的杨振宁教授却认二者间的差别很大, 他有一个生动的「双叶」比喻,
来说明数学和物理学之间的关系, 如下图。他认为数学和物理学像一对「对生」的树叶,
他们只在基部有很小的公共部分, 多数部分则是相互分离的。杨振宁先生解释说:
「它们有各自不同的目标和价值判断准则, 也有不同的传统。在它们的基础概念部分,
令人吃惊地分享着若干共同的概念, 即使如此, 每个学科仍旧按着自身的脉络在发展。」



更多 科研头条 请访问 <https://www.iikx.com/news/topnews/>

本文版权归作者所有，请勿用于商业用途，[爱科学iikx.com](https://www.iikx.com)转发