
独创“有限元”开启无限可能

作者：writer 来源：科学网

本文原地址：<https://www.iikx.com/news/progress/29367.html>

本文仅供学习交流之用，版权归原作者所有，请勿用于商业用途！

独创“有限元”开启无限可能。



冯康（左）与崔俊芝。



1978年10月，冯康（中）与黄鸿慈、数学院研究员张关泉合影。



冯康（右一）在学术报告会上。



2024年1月，CAX一体化算法开发验证平台发布。

本报记者 韩扬眉

在黄河上游，大河穿越深邃峡谷，水声如雄狮怒吼，汹涌澎湃。行至两千余里，大河骤转九十度弯，转而向西，壮美无匹。

转弯处，就是我国首座百万千瓦级水电站——刘家峡水电站，其主体构筑物为我国建造的首座超百米的混凝土高坝。然而，鲜为人知的是，刘家峡水电站建成的背后有一批中国计算数学家。他们面对国家急迫需求，夜以继日为大坝设计和建造奋战，助推水电站如期完工。

上世纪五六十年代，以冯康（1980年当选中国科学院院士）为代表的中国科学院计算数学家们在大坝计算中获得启示，独立于西方创立了有限元方法数学理论，开创了科学与工程计算方法和理论的新领域。

时至今日，有限元方法已成为研发设计类工业软件的核心技术之一。桥隧大坝、飞机船舶、手机芯片……一个个复杂事物的诞生，都离不开有限元方法的支持。

如今，中国科学院数学与系统科学研究院（以下简称数学院）的一群年轻人，正站在先辈的肩膀上，努力构建新一代基础工业软件计算内核，启航新型工业化征程。

1 萌芽：援手刘家峡

1958年，甘肃，黄河上游。

作为一项国家重大工程，百万千瓦级刘家峡水电站开工，其主体结构是一座超百米的大型混凝土坝。我国自主设计、施工、建造如此巨大的水电工程，还是第一次。如果顺利建成，奔涌的黄河水将在这里歇脚，实现发电、灌溉和防洪，造福一方百姓。

工程难度之大超乎想象，设计和建设方法都与以往不同。大坝工程进展缓慢，在1961年甚至一度停工。

最初承担水坝工程计算攻关任务的，是1956年从中国科学院原数学研究所分出去成立的中国科学院计算技术研究所三室（现数学院计算数学与科学工程计算研究所的前身，以下简称三室）二组的黄鸿慈等人，冯康提供业务指导。黄鸿慈和同事们编写的计算程序质量非常高，为大坝计算奠定了坚实基础。

1963年2月，农历新年刚过，寒冷依旧，刘家峡大坝设计组副组长朱昭钧风尘仆仆地来到北京求助，希望科研人员帮助解决大坝应力计算问题。冯康等三室领导经过慎重考虑，把任务交给了崔俊芝。那一年，崔俊芝25岁，刚从西北工业大学毕业工作一年，与黄鸿慈、石钟慈等人在一个办公室。

用计算数学解决工程问题通常有4个步骤：建立数学模型、设计算法、编程实现、上机计算。很长一段时间，研究人员被卡在计算方法上。

对方了解工程上的试荷载方法，交给我的任务是求解由此推导出的40阶线性方程组，从而验证该方法的正确性。1995年当选中国工程院院士的崔俊芝研究员，在当时费尽九牛二虎之力，反复验算后发现，该方法得到的线性方程组系数矩阵近乎是奇异矩阵，难以数值求解。他还尝试了黄鸿慈研发的应力函数法程序等方法，都难以得到令工程师满意的应力场计算结果。

造成这一困难的主要原因之一是当时的算力不够。崔俊芝回忆，当时我国两台最早的计算机——103机、104机相继诞生不久。他需要在字长39位、容量4K、运算速度每秒一万次、内存仅2048个全字长磁芯体的104机上，求解超过1000个未知数的离散方程。

而刘家峡大坝的工程师们把最后的希望寄托在了中国科学院的科研人员身上，恳求他们无论如何要想想办法。

无法满足用户要求的时候，就应该另辟新路了。我们开始寻找新的方法。崔俊芝说。

2 转机：合力渡难关

上世纪60年代初，为响应向科学进军的号召，中国科学院提出任务带学科科研模式，即以完成国家重大需求任务为目标，开展系统研究，解决国家发展中遇到的科学问题。

重任在肩，精确计算大坝应力场，满足工程师的要求，成为了三室的主要任务。

转机来自冯康推荐的一篇文章和一本书。

崔俊芝至今还记得，当年，冯康在一场报告上提到普拉格、辛格1947年发表于美国《应用数学季刊》的论文，讲述把微分方程写成变分形式，用变分的原理推导差分格式，这对水坝计算有所启发。冯先生实际是在播撒有限元方法的种子，那次报告拉开了三室‘系统性研究’的序幕。崔俊芝说。

与此同时，冯康倡导成立了第七研究组，即理论组，黄鸿慈任组长。冯康给黄鸿慈推荐了福赛思、沃索合著的《偏微分方程的差分方法》，书中着重讲了3类偏微分方程的数值方法，给黄鸿慈提供了重要启发。

在冯康的筹划下，水坝计算小组分为3支小队，分别从变分法、积分守恒法、去掉坝体基础的角度开展研究。

崔俊芝在积分守恒法小队，该方法从平衡方程出发，把应力与应变关系带进拉梅方程进行计算。经过一段时间复杂而又艰难的计算，他们在1964年春节前得出第一批计算结果。验证了格式、解法和程序的正确性后，崔俊芝很快为刘家峡大坝计算出应力场，经朱昭钧等验算，应力基本平衡，结果比较满意，但在坝踵和坝趾附近误差仍然较大，应力场的精度还不够。

崔俊芝全力以赴编写了我国第一个平面弹性问题有限元方法计算程序，顺利计算出令设计者满意的应力场。

那个年代，科研人员编写程序十分困难。104机没有操作系统、编译系统、数据管理和进程管理等系统软件，所有程序都需自己使用机器指令直接编写出代码串式的程序，包括输入数据和打印结果。

在只有2048个存储单元的内存空间，崔俊芝要求解约1000阶代数方程组。他需要先扣除约500个存储单元存放程序，在剩余约1500个存储单元的限制下求解。这必须精打细算、精心设计迭代算法。

经过夜以继日的调试、查错、修改、验算，崔俊芝利用自主编写的有限元程序，终于为刘家峡设计组计算出十多组方案及其工况作用下的应力场。

1964年5月中旬，刘家峡计算任务汇报会召开。朱昭钧及其同事、黄鸿慈等参加了会议，崔俊芝汇报了计算任务完成情况，朱昭钧对此给予了很高评价。

1966年10月，胜利的消息从高原传来，万马奔腾般奔流而来的黄河被巍峨的大坝拦腰截住，锁在峡谷之中，平静而缓和。从此，刘家峡水电站成为了亮丽的高原明珠。

刘家峡大坝建设成功后，中央发出明码电报，表彰科研人员为刘家峡工程所作出的突出贡献。

冯先生总是高瞻远瞩，引领着计算数学及其应用研究的发展。崔俊芝说。

3 首创：独立于西方

冯康一直是计算数学团队的实际学术指导和领路人。因为冯康，有限元的种子从刘家峡大坝的土壤生根发芽，成为世界级学术成果。

究竟什么是有限元？冯康曾有过形象的比喻：分整为零、裁弯取直、以简驭繁、化难为易。

有限元方法可谓一种特殊的拼图游戏：为了解决一个复杂的大问题，例如一个大型建筑的结构分析，先把它拆解成许多小块，这些小块的拼图碎片就是有限元；然后逐一分析每个有限元，分别建立方程；最后将它们组合成方程组并求解，最终解决问题。

实际上，我国古代曹冲称象的典故、数学家刘徽采用割圆法计算圆周长，就是有限元思想的具体体现。

1943年，著名数学家柯朗发表了世界上第一篇具有有限元思想的论文，只是由于当时计算机尚未出现，该文章未引发应有的关注。

20余年后，随着航空事业的快速发展，复杂的结构分析问题对计算方法提出了更高要求。计算机的出现，使大量复杂的有限元计算得以实现。美国波音公司工程师特纳、陶普和土木工程教授克劳夫、航空工程教授马丁合作，在航空科技领域的期刊上发表了一篇采用有限元技术计算飞机机翼强度的论文。学界一般认为，这是工程学界有限元方法的开端。

有限元方法于1960年由克劳夫在美国土木工程学会计算机会议上第一次正式提出。他发表的一篇处理平面弹性问题的论文，将应用范围扩展到飞机以外的土木工程。

但当时的中国与西方隔绝，中国数学家难以了解有限元方法的发展前沿。

西方的有限元方法是作为结构工程的分析方法而提出的，在中国则是从数学发展而来，中国和西方沿着不同方向独立发展出有限元方法。崔俊芝说。

冯康于1965年在《应用数学与计算数学》发表论文《基于变分原理的差分格式》，这是一套求解偏微分方程的数值算法，也是著名的有限元方法。

事实上，后来任香港浸会大学教授的黄鸿慈，1963年发表了中国第一篇包含有限元思想的文章。但他在多个场合提到：我的文章已包含了证明中最重要原理，冯先生则是在最广泛的条件下得出最一般的结论，这只有在高深的数学基础上才能做到，因而也具有更高层次的开创性，西方在1969年以后才得出了类似结果。如果有限元方法不是像数学家这样处理，其应用就大受限制，就不能形成今天这样在理论上、应用上被如此广泛重视的局面。

《基于变分原理的差分格式》既是冯康的传世之作，也是中国学者独立于西方创立有限元方法理论标志。

改革开放后，冯康的论文被译成英文，被世界知晓。原美国总统科学顾问、纽约大学柯朗数学研究所所长拉克斯在纪念冯康的文章中特别指出，冯康独立于西方国家在应用数学方面的发展，创造了有限元方法理论……在方法的实现及理论基础的创立两方面都作出了重要贡献。

著名数学家丘成桐曾在1998年指出：中国近代数学能超越西方或与之并驾齐驱的有3个，陈省身的示性类、华罗庚的多复变函数和冯康的有限元计算。巴布斯卡、利翁斯等国际知名数学家在相

关文章中也都给予了高度评价。

类似的评价很快得到许多国际同行的认同。这篇传世之作犹如暗夜里的一束火光，指引、温暖着那群30多岁的年轻人。

位于北京中关村南街的三室很快热闹起来，信函和来访络绎不绝。为全面介绍有限元方法，冯康、崔俊芝等人创办了讲习班，近300人参加，其中不乏知名学者。崔俊芝回忆，讲习班影响很大，对促进有限元方法在中国的推广和应用发挥了很大作用。

1982年，冯康、黄鸿慈、王荅贤、崔俊芝因独立于西方创立有限元方法获得国家自然科学奖二等奖。

4 传承：突围工业软件内核

如今，距离中国科学院计算数学团队完成刘家峡计算任务已过去60年了。那段历史多次被计算数学家们提起，他们不断思考：为什么是冯康独立于西方开创了有限元方法？如何传承老一辈科学家的精神？

崔俊芝这样解释为什么冯康能成功：他拥有深厚的跨学科知识、多学科综合交叉思维的学术思想；不仅能深刻认识科学与工程问题的物理模型，洞察解决问题的可行路径，还能统观不同科学与工程问题的内涵，以高度抽象和严格的数学形式表述它们；再加上他全身心地投入科学研究，具有不达目标决不罢休的献身精神，这些使得他一个接一个地做出了国际首创的研究成果。

冯康于1993年逝世，年轻人虽未能有机会当面聆听其教诲，但早已对冯康及刘家峡计算的故事耳熟能详，并从中汲取着强劲的精神动力。

随着计算机的迅猛发展，基于有限元方法的软件已经成为辅助现代工程和装备研发的主要软件——计算机辅助工程CAE的核心。CAE软件可对工程和装备的功能、性能与安全可靠性进行计算分析，对未来工程和装备进行模拟仿真，证实其可用性与可靠性。

CAE与计算机辅助设计（CAD）、计算机辅助制造（CAM）组合简称为CAX，是现代工业的基石、智能制造的灵魂，是我国成为制造强国的基础性战略支撑。

2023年7月，在中国科学院战略性先导科技专项支持下，数学院成立了基础软件研究中心，围绕工业软件CAX一体化的计算方法和数学理论，向关键科学问题发起冲击。

数学院年轻的研究员崔涛、贾晓红等组成冯康CAX科技攻关青年突击队，承袭先辈的衣钵，构建新一代具有中国自主知识产权的CAX基础工业软件的数学内核。

基础软件研究中心让平均年龄不超过40岁的年轻人担当重任，考核标准也不再是发多少论文，而是产出实在、能用的算法和软件。

这并不是一条坦途。但在新一代年轻人看来，路虽远，行则将至；事虽难，做则必成。

冯康领衔开创的有限元方法，正孕育新的开创性、引领性成果，迸发出崭新的、无限的可能。

数学院供图 蒋志海制版

《中国科学报》(2024-09-13 第4版 专题)

作者：韩扬眉 来源：中国科学报

更多 科学进展 请访问 <https://www.iikx.com/news/progress/>

本文版权归原作者所有，请勿用于商业用途，[爱科学iikx.com](https://www.iikx.com)转发