以连续性刻画可知性：信息依赖的拓扑学解释 MDPI Logics

作者：writer 来源：科学网

本文原地址：https://www.iikx.com/news/progress/42407.html

本文仅供学习交流之用，版权归原作者所有，请勿用于商业用途！

以连续性刻画可知性：信息依赖的拓扑学解释 MDPI Logics。论文标题：Knowability as Continuity: A Topological Account of Informational Dependence

论文链接：https://www.mdpi.com/2813-0405/3/3/6

期刊名：Logics

期刊主页：https://www.mdpi.com/journal/logics

一、引言

经验科学中的测量通常只能给出真实值的近似范围。传统函数依赖说明精确输入可唯一确定输出，却未回答近似输入能否支持近似输出。阿姆斯特丹大学逻辑、语言与计算研究所Alexandru Baltag 与Johan van Benthem在Logics发表研究，以拓扑连续性连接测量精度、信息传递与可知性。论文于2025年6月23日上线；Johan van Benthem同时署名斯坦福大学与清华大学。

二、材料与方法

本文属于形式逻辑与概念分析研究，不涉及实验样本。作者把经验变量表示为从状态空间到拓扑值空间的映射：精确值对应空间中的点，可观测的近似结果对应包含该点的开邻域。经验问题因而可从精确答案分割推广为允许答案重叠和逐步细化的拓扑结构。

研究比较三类依赖：精确函数依赖要求精确输入唯一确定输出；连续依赖要求输入足够精确时，输出可达到给定精度；一致连续依赖还要求预先给出适用于全部状态的输入精度标准。作者据此构建连续依赖逻辑LCD与一致依赖逻辑LUD，并利用拓扑模型、度量模型和表示构造证明其性质。

三、分析与结果

连续性与可知依赖：若变量 Y 连续依赖于变量集合X，只要对X的测量足够精确，就能把 Y 逼近到所需精度。对于命题，可知性对应真值集合在X所诱导拓扑中的内部点，从而与模态逻辑的拓扑语义相连。

精确依赖与经验可知性的区分：精确函数依赖不保证经验上的可知依赖，因为不连续函数可能放大微小输入误差。只有在变量值空间采用离散拓扑时，精确依赖与连续依赖才会重合。

拓扑独立性：文章证明，拓扑独立性可与全局函数依赖并存：X的精确值能够确定Y，但任何有限精度的X观测都可能不提供关于Y的信息。作者以处处满射的依赖函数刻画这种情形。

逻辑系统的性质：论文为LCD给出可靠且完备的公理化，并证明其可判定；对度量空间上的LUD，作者同样建立可靠性、完备性与可判定性结果。LUD
进一步刻画对输入精度标准的统一掌握。

四、讨论

研究把依赖逻辑从精确值集合模型推进到拓扑与度量模型。连续性为通过提高测量精度获得目标信息提供形式条件；一致连续性则对应更强的要求，即事先知道需要达到怎样的输入精度。该框架也为依赖逻辑、认知逻辑与形式学习理论之间建立联系。

文章同时指出，局部点连续性不能由LCD的现有语言表达，局部一致依赖也不能由LUD表达。更强语言是否可判定、如何完整公理化，以及现有系统的精确计算复杂度，仍待研究。

五、展望与结论

后续方向包括在度量语言中加入显式误差界、以Scott连续性研究可计算依赖，并拓展至无点拓扑、动态系统和概率依赖。论文表明，精确值能够决定什么与近似测量能够让人知道什么是不同问题；连续性与一致连续性为区分二者提供了可公理化、可判定的逻辑框架。

Baltag, A.; van Benthem, J. Knowability as Continuity: A Topological Account of Informational Dependence. Logics 2025, 3, 6.

期刊介绍

主编：Prof. Dr. Valentin Goranko, Logic and Theoretical Philosophy, Stockholm University, Stockholm, Sweden

Logics（ISSN 2813-0405）是由MDPI出版的国际开放获取期刊，2023年发行创刊号，按季度出版。期刊关注逻辑系统、逻辑方法与逻辑理论，涵盖数理逻辑、计算逻辑、哲学逻辑、逻辑与数学的历史及哲学，并收录逻辑在计算机科学、认知科学和语言学等领域的应用研究。

来源：Logics

更多 科学进展 请访问 https://www.iikx.com/news/progress/

本文版权归原作者所有，请勿用于商业用途，爱科学iikx.com转发