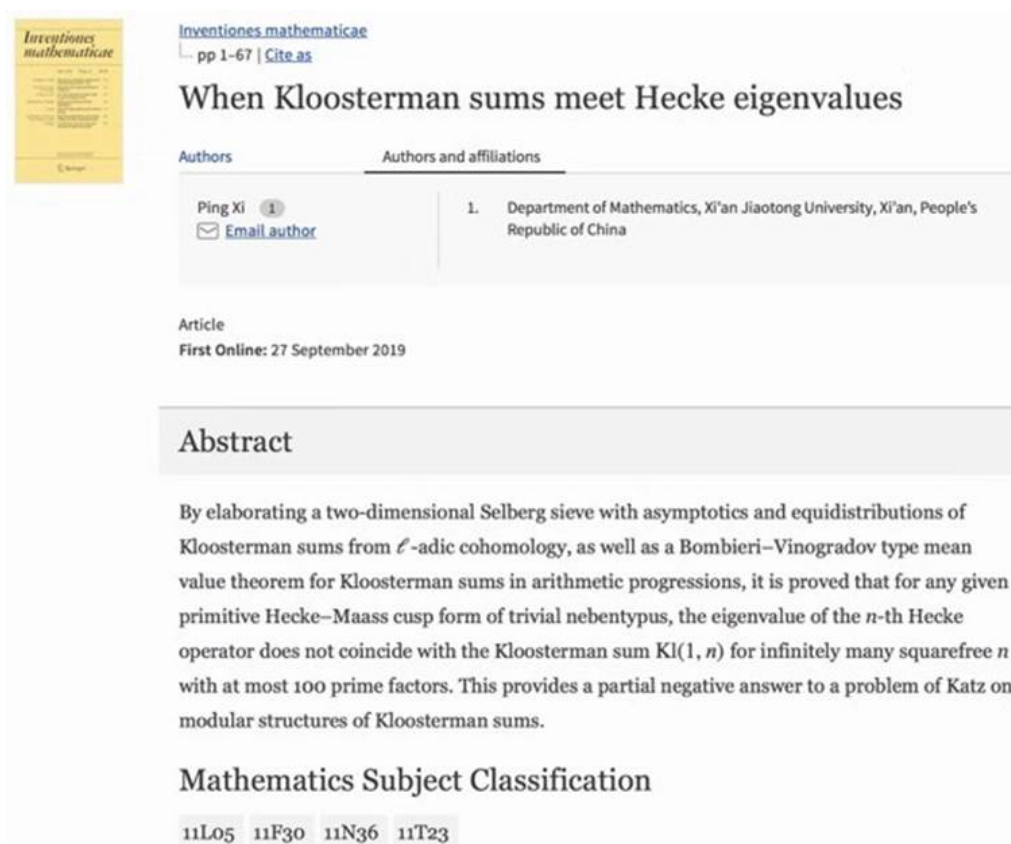


西安交大研究人员在Katz问题上取得实质性突破

作者：writer 来源：西安交通大学数学与统计学院

本文原地址：<https://www.iikx.com/news/progress/7052.html>

本文仅供学习交流之用，版权归原作者所有，请勿用于商业用途！



The screenshot shows the article page for "When Kloosterman sums meet Hecke eigenvalues" on the journal *Inventiones mathematicae*. The article is by Ping Xi, published on 27 September 2019. The abstract states: "By elaborating a two-dimensional Selberg sieve with asymptotics and equidistributions of Kloosterman sums from ℓ -adic cohomology, as well as a Bombieri-Vinogradov type mean value theorem for Kloosterman sums in arithmetic progressions, it is proved that for any given primitive Hecke-Maass cusp form of trivial nebentypus, the eigenvalue of the n -th Hecke operator does not coincide with the Kloosterman sum $Kl(1, n)$ for infinitely many squarefree n with at most 100 prime factors. This provides a partial negative answer to a problem of Katz on modular structures of Kloosterman sums." The Mathematics Subject Classification is 11L05, 11F30, 11N36, 11T23.

西安交大研究人员在Katz问题上取得实质性突破。近日，西安交通大学数学与统计学院郗平副教授的论文When Kloosterman sums meet Hecke eigenvalues已在线发表于国际顶尖数学期刊《Inventiones mathematicae》。在长达67页的论文中，郗平研究了美国科学院院士、普林斯顿大学Nicholas Katz教授提出的Kloosterman和模结构问题(下称Katz问题)，即模为素数 p 的Kloosterman和是否对应于某个Hecke-Maass尖形式的第 p 个Hecke本征值？

若是，则可由素数模的Kloosterman和作为局部因子构造一种Euler乘积，其本质为Hecke-Maass尖形式的L函数，这将为解决著名的Kloosterman和Sato-Tate猜想提供强有力的分析工具。长期以来，对Katz问题的研究始终处于探索阶段。直至2000年，英国布里斯托大学Andrew Booker教授指出，若Kloosterman和与Hecke本征值一致，则对应的尖形式的相关参数必须足够的大，这

为否定回答Katz问题提供了数值上的支持。

最近，郝平在Katz问题上取得了实质性突破，即证明了对任意给定的Hecke-Maass尖形式，均存在无穷多个殆素数(即素因子个数不超过给定大小的正整数)，使得对应的Kloosterman和与Hecke本征值并非一致。在证明过程中，他利用代数几何中的 l -adic上调给出了Kloosterman和与Hecke本征值的某种非关联性的定量刻画，同时还提出了一类新的Selberg加权筛法，得以更加有效地捕获殆素数。

在方法上，不仅深化了巴黎十一大Étienne Fouvry教授与瑞士洛桑联邦理工学院Philippe Michel教授等人的工作，也给出了一种广义的Barban-Davenport-Halberstam型均值定理并发展了渐近形式的二维Selberg筛法，相关思想亦可应用于其它诸多数论问题中。审稿人指出，在该问题上，本文首次成功避开了Maass尖形式的Ramanujan猜想，并认为文中成功处理的情形是令人吃惊的。

相关论文信息：<https://doi.org/10.1007/s00222-019-00924-y>

郝平于2004年进入西安交通大学理科试验班学习，自2008年加入数论团队，2014年在易媛教授与Philippe Michel教授联合指导下获得博士学位。主要研究领域为数论，涉及代数迹函数的解析理论、素数分布、筛法及自守形式等方面的研究。

更多 科学进展 请访问 <https://www.iikx.com/news/progress/>

本文版权归原作者所有，请勿用于商业用途，[爱科学iikx.com](https://www.iikx.com)转发