
球冠面上的正交函数研究获进展

作者：writer 来源：中国科学院

本文原地址：<https://www.iikx.com/news/progress/7972.html>

本文仅供学习交流之用，版权归原作者所有，请勿用于商业用途！

近期，中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所郑奕等人研究了球冠上的数据表达，获得了3组具有解析表达的正交、完备函数组。

球冠面上的数据表达有着广泛的应用：在高数值孔径光学系统如光刻、显微系统中用来表达并分析像差，照明系统中用来设计大张角的透镜曲面，计算机渲染中用来计算反射光的半球分布，在人眼角膜塑形、区域地磁场建模中也起重要作用，因此一直是研究的热点。传统的平面函数随着球冠面变得弯曲，误差不可忽略，因此只在小曲度的情况下适用；而著名的球谐函数在球冠面上是冗余的，难以进行稳定的拟合，即使正则化、分数阶球谐函数等改进方法陆续被提出，计算的复杂性、高阶次不稳定的固有困难仍然难以彻底克服。

这次郑奕课题组从平面单位圆与球冠在拓扑形态上的同构出发，构造了两者之间的一一映射，使用Zernike多项式原理，系统推导出球冠面上的正交完备函数系的获得方法。在此基础上，获得了3组具有解析表达的函数。第一个是“半球谐函数”（Hemispherical Harmonics），它在半球面上的正交、完备性获得证明，而且其表达式上与球谐函数的相似性加深了人们对球谐函数的理解，它还揭示了平面Zernike多项式与球谐函数之间关联。第二个是“Zernike球面函数”（Zernike Spherical Functions），第三个是纵向球面函数（Longitudinal Spherical Functions），它们在任意球冠上都具有正交不变性，甚至可以拓展到超半球冠，适应性强。研究还讨论了球冠面上数据拟合的问题，通过对拟合协方差矩阵条件数的分析，所获球冠函数相对球谐函数、Zernike多项式具有显著优势，计算稳定、而且对噪声不敏感。该项研究成果已在国际期刊《光学快报》（Optics Express Vol. 27, No. 26 37180 – 37195, 2019）上发表。研究获得国家自然科学基金（11190011, 11973008）、江苏省自然科学基金（BK20141516）的支持。

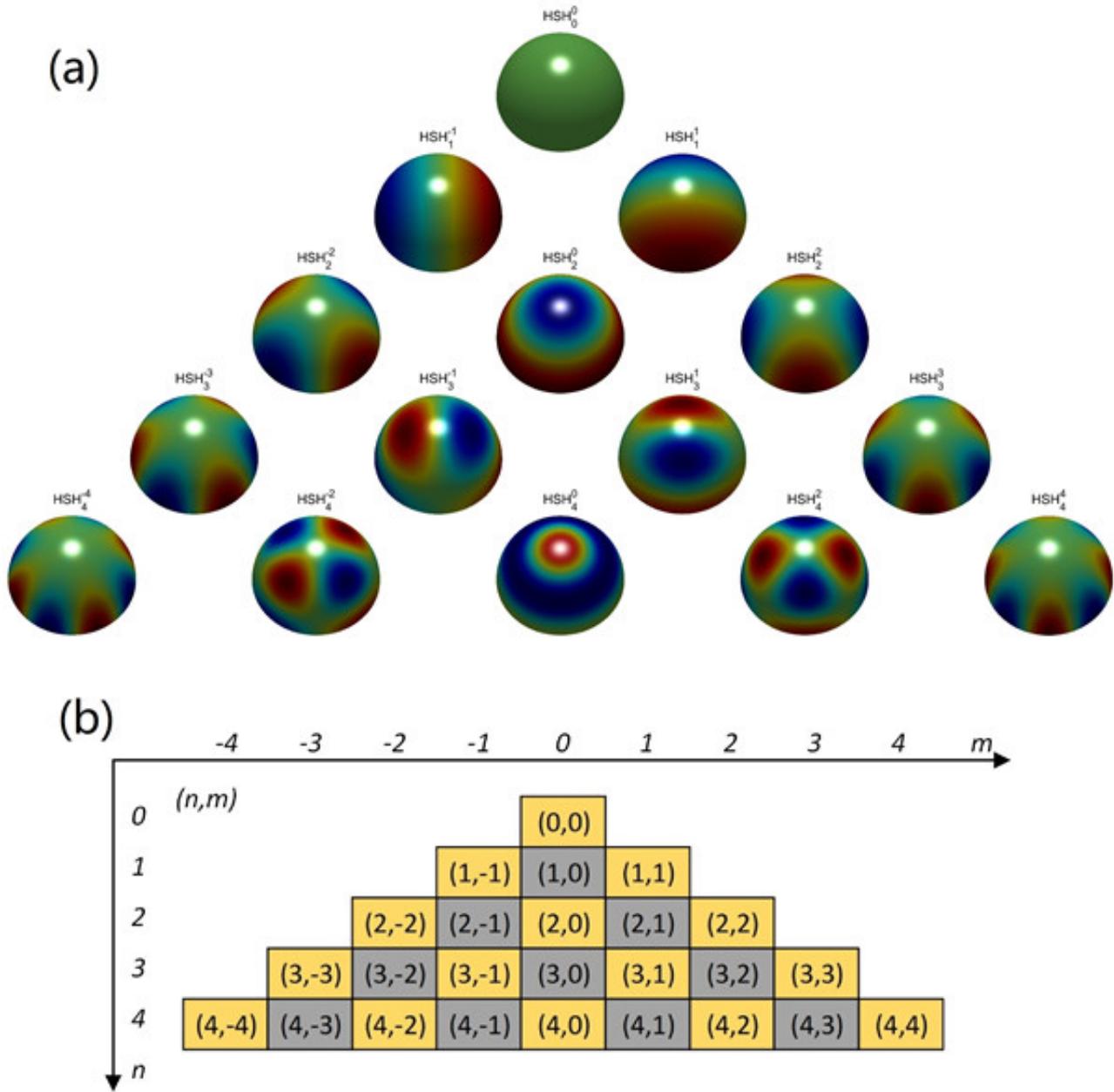
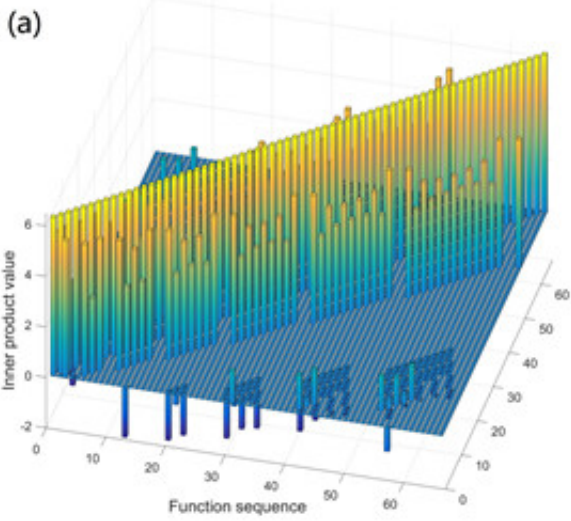
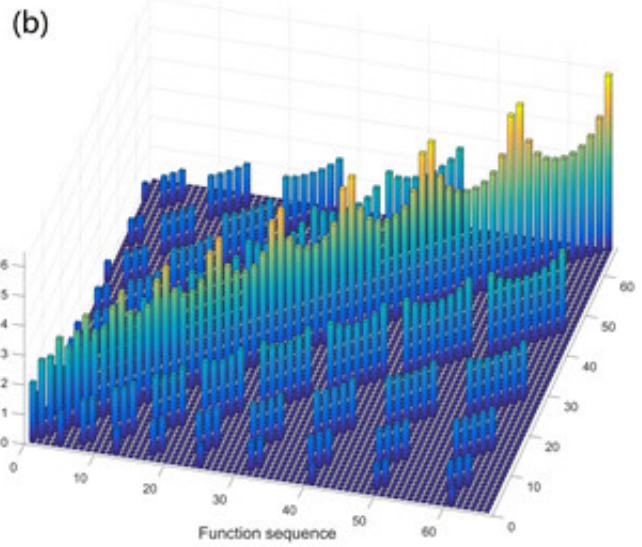


图1(a) 半球谐函数HSH的形态；图1(b) 半球谐函数在球谐函数中的分布，黄色格点为半球谐函数，灰色格点为伴随半球谐函数，两者组合为球谐函数。

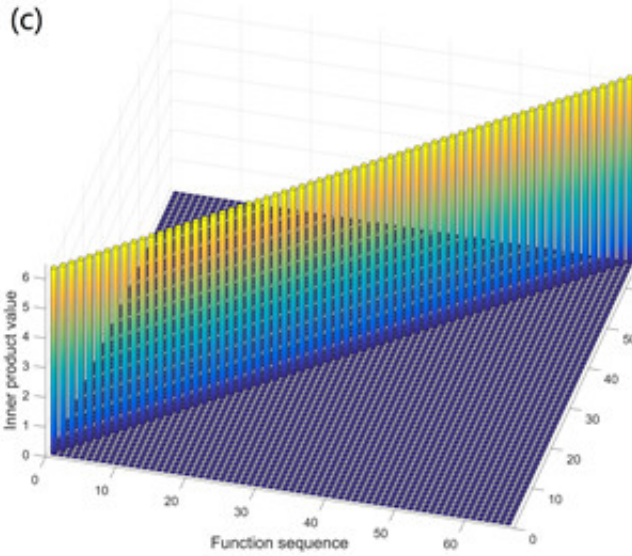
Orthogonality of Spherical harmonics on hemisphere



Orthogonality of Zernike circle polynomials on hemisphere



Orthogonality of Hemi-Spherical harmonics on hemisphere



(d)

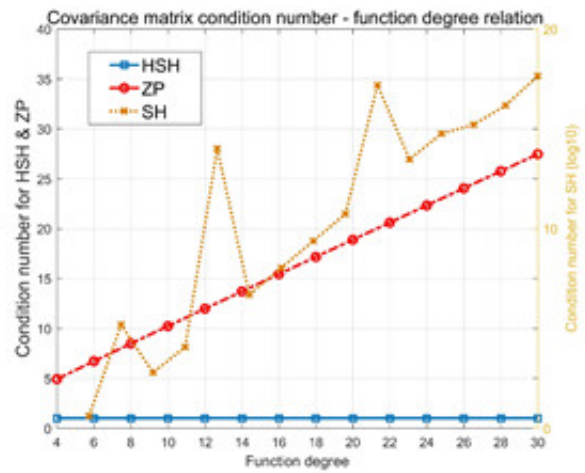


图2(a) 球谐函数在半球上的拟合协方差矩阵；图2(b) 为Zernike函数在半球上的拟合协方差矩阵；图2(c) 半球谐函数在半球上的拟合协方差矩阵；图2(d) 协方差矩阵条件数比较，半球谐函数优势明显。

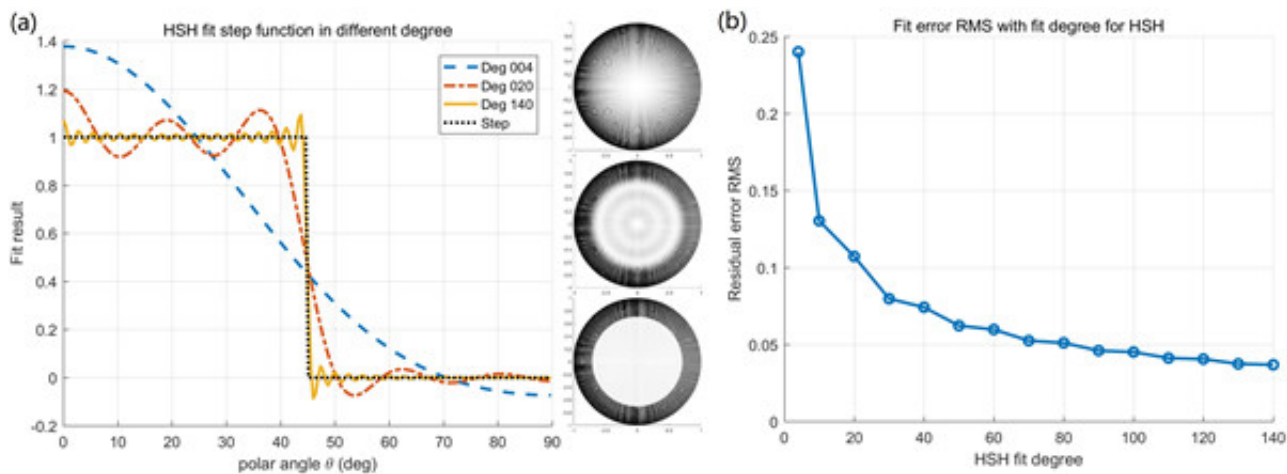


图3(a) 用4阶、20阶和140阶球冠函数拟合半球上的台阶分布，获得很高的拟合精度

研究团队单位：国家天文台南京天文光学技术研究所

更多 科学进展 请访问 <https://www.iikx.com/news/progress/>

本文版权归原作者所有，请勿用于商业用途，[爱科学iikx.com](https://www.iikx.com)转发